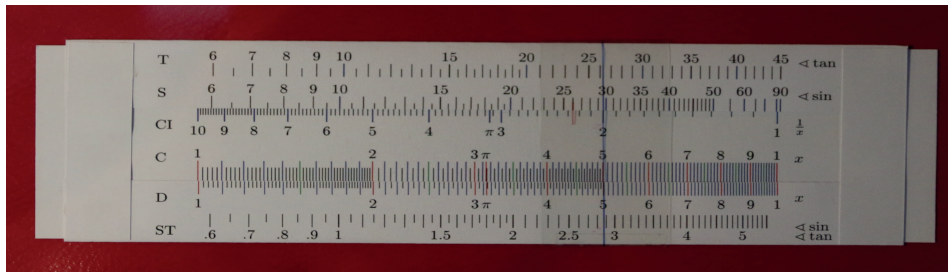


Der Rechenschieber - eine kurze Bedienungsanleitung



0. Vorbemerkungen: Der hier vorgestellte Rechenschieber lehnt sich in seiner Konstruktion zwar an einstmals gebräuchliche Exemplare an, bildet aber keines davon nach. Ziel war weniger der in irgendeinem Sinne perfekte Rechenschieber, sondern vielmehr, einige typische Details und Tricks zu zeigen. Man unterscheidet Körper, die darin befindliche Zunge und den zum Ablesen wichtigen, durchsichtigen Läufer.

1. Multiplikation / Division : Die *Multiplikation* (die bei weitem wichtigste Anwendung!) stützt sich auf

$$a \cdot b = m \Rightarrow \lg(a \cdot b) = \lg(a) + \lg(b) = \lg(m)$$

($\lg x$ steht für den Logarithmus zur Basis 10, den dekadischen Logarithmus). Dazu gibt es die Skalen D und C, auf denen die Zahlen des Intervalls $[1, 10]$ proportional zum Abstand der Werte ihrer Logarithmen abgetragen sind. Wir gehen zunächst davon aus, dass a und b aus dem genannten Intervall sind. Man stellt nun den Läuferstrich über den Wert des ersten Faktors a auf der Skala D. Durch Bewegen der Zunge stellt man nun hierüber die 1 der Skala C und liest (ggf. Läufer benutzen) unter der Stelle b der Skala C nun den Wert des Produkts auf D ab. Der Abstand des abgelesenen Wertes auf D entspricht nämlich der Summe der Logarithmen von a und b und damit dem Logarithmus des Produkts: zum Ablesen angeben ist aber wiederum praktischerweise nicht $\lg m$ sondern der Wert von m selbst. Ist ein Ablesen nicht möglich, weil b auf der Zunge nicht über die Skala D gelangt ist, so muss man anstelle der 1 die 10 der C-Skala verwenden („Durchschlagen der Zunge“). Die abgelesene Zahl ist allerdings immer nur als Ziffernfolge einer Zahl zu verstehen, die mit einer geeigneten Zehnerpotenz als Faktor zu versehen ist. Wendet man diese Überlegung („Statt einer Zahl verwendet man nur Ziffernfolgen“) auch auf a und b an, so stellt man fest, dass nun alle Faktoren (und nicht nur die aus dem Intervall $[1, 10]$) verwendet werden dürfen. Beispielsweise wird der Rechenschieber bei der Berechnung von $2 \cdot 3 = 6$ und $20 \cdot 0,003 = 2 \cdot 10^1 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 0,06$ identisch angewendet.

Analog stellt man bei der *Division* $a/b = c$ die Ziffernfolge von a auf der Skala D ein und schiebt die Stelle von b der Zungenskala C hierüber. Unter der 1 oder 10 dieser Skala liest man auf D die Ziffernfolge von c ab. Dieses Vorgehen entspricht offenbar dem der Multiplikation von c mit b .

2. Inverse Zahlen: Es ist überraschend oft praktisch, die (Ziffernfolgen der) Kehrwerte von Zahlen der Skala C verwenden zu können (vgl. z.B. die Berechnung des Tangens / Kotangens im nächsten Teil). Hier werden zwei Anwendungen für die Multiplikation demonstriert:

a) Multiplikation ohne „Durchschlagen“: Zur Berechnung von $4 \cdot 5$ teilt man 4 durch den Kehrwert von 5, stellt also die 5 der CI-Skala über die 4 der D-Skala und liest unter der 10 der CI-Skala auf D die 2 für die Ziffernfolge des Ergebnisses 20 ab.

b) Mehrere Faktoren: Richtig praktisch wird dieses Verfahren, wenn mehr als zwei Faktoren auftreten wie in $4 \cdot 5 \cdot 3$. Die Berechnung ist wie eben in 2a für $4 \cdot 5$, wobei man jetzt ohne Zungenverschiebung unter der 3 der C-Skala die erwartete 6 abliest.

3. Trigonometrische Funktionen: Sinus. Für $y = \sin \alpha$ bei $\alpha \in [6^\circ, 90^\circ]$ kann man den Winkel auf der Skala S einstellen und die Ziffernfolge von y auf der Skala D ablesen. Da für φ in Bogenmaß $\sin \varphi \approx \tan \varphi \approx \varphi$ gilt, wenn φ nahe an Null ist (Taylorreihenentwicklung!), kann man für Winkel ab 0° bis 6° die Skala ST für den Sinus und Tangens gemeinsam verwenden (Übung: Bestimme $\sin(0,04^\circ)$!). Für Winkel die nicht zwischen 0° und 90° liegen, hilft gute Kenntnis der Symmetriebedingungen im Graphen der Sinusfunktion.

Kosinus. Man verwendet $\cos(\alpha) = \sin(\alpha + 90^\circ)$ bzw. $\cos(\alpha) = \sin(90^\circ - \alpha)$ für $\alpha \in [0^\circ, 90^\circ]$.

Tangens. Für $\alpha \in (0^\circ, 45^\circ]$ Verwendung der Skalen T und ST. Für $\alpha \in (45^\circ, 90^\circ)$ verwendet man die Beziehung $\tan(\alpha) = \frac{1}{\tan(90^\circ - \alpha)}$ und kann damit wieder das erstgenannte Intervall anwenden. Man stellt z.B. für $\tan(80^\circ)$ den Läuferstrich auf 10° der T-Skala und liest die Ziffernfolge sehr praktisch auf der Skala CI ab! Kotangens. Wegen $\cot \alpha = 1/\tan \alpha$ verwendet man jeweils die andere der Skalen C bzw. CI, als man das für den Tangens getan hätte.

Diese Berechnungen erfordern sicher einige Übung und setzen gute Kenntnisse der entsprechenden Schaubilder voraus - verbrauchen dafür aber auch nur sehr wenig Platz auf dem Rechenschieber!

4. Quadratzahlen / Quadratwurzel und der kleine rote Strich auf dem Läufer: Nach Umdrehen des Läufers erscheint die Skala B. In der Kombination mit Skala D können nun Quadratzahlen und Wurzeln abgelesen werden. Man beachte, dass sich die Wurzeln durchaus nicht auf das Intervall von 1 bis 100 beschränken. Beispielsweise schreibt man für $\sqrt{169}$ zunächst $169 = 1,69 \cdot 100$ und verzehnfacht also die Wurzel aus 1,69... Der kleine rote Strich auf dem Läufer ist (den Einheiten auf der Quadrateskala B entsprechend) um $\pi/4 \approx 0,785$ gegenüber dem Läuferstrich nach links versetzt und dient damit der Flächeninhaltsberechnung von Kreisen. Hätte man beispielsweise zum Durchmesser $d = 2$ den Flächeninhalt des zugehörigen Kreises zu bestimmen, so würde man eigentlich über 2 auf Skala D zunächst $d^2 = 4$ auf der Skala B ablesen und müsste nun mit $\pi/4$ multiplizieren - oder eben um die entsprechende Stelle weiter links ablesen (Abziehen der Strecke von $\lg(\pi/4)$). Tatsächlich liest man beim roten Strich den Flächeninhalt von $\pi \cdot 2^2/4 = \pi$ ab! Die Erweiterung der Skala B um die rot geschriebenen Zahlen nach links ermöglicht diese Berechnung bis hin zu $d = 1$.

5. Dekadischer Logarithmus und die Aussparung auf der Rückseite: Wie bei Punkt 4 sei der Läufer zunächst so eingeschoben, dass die Skala L angezeigt wird. Es erscheint zunächst völlig falsch zu sein, dass der Logarithmus immer geringere Werte hat, je weiter man auf (der zugehörigen) Skala D nach rechts geht. Was unter der Bezeichnung $\lg x$ abgetragen ist, sind die Werte des sog. Ergänzungslogarithmus $1 - \lg x$. Aber es ist kein Druckfehler! Eine eigenartige Lösung des Problems besteht darin, dass man die Zunge so dreht, dass zwar die Skala L zu sehen ist, nun aber auf dem Kopf steht. Jetzt könnte man etwa $\lg 3 \approx 0,477$ ablesen. Aber so ist es eigentlich nicht gedacht! Man drehe jetzt also den Läufer in die klassische Stellung mit Ansicht der Skala C. Will man nun wieder $\lg 3$ bestimmen, so wird die 1 der C-Skala über die 3 der D-Skala geschoben. Den Wert 0,477 erhält man, indem man auf der Rückseite des Läufers beim roten Strich abliest!!

Das Verfahren funktioniert zunächst nur für $\lg x$ mit $x \in [1, 10]$, lässt sich aber unschwer auf alle positiven x erweitern. So ist z.B. $\lg 250 = \lg(2,5 \cdot 100) = \lg 2,5 + \lg 100 = \lg 2,5 + 2 = 0,398 + 2 = 2,398$ wobei man zum Berechnen von $\lg 2,5$ den Rechenschieber einsetzt.

Das Verfahren kann man umgekehrt einsetzen, um Potenzen von 10 zu berechnen. Für $10^{1,4}$ überlegt man sich zunächst $10^{1,4} = 10^{1+0,4} = 10 \cdot 10^{0,4}$. Deshalb stellt man 0,4 der L-Skala auf der Rückseite über den roten Strich und liest 2,51 auf der D-Skala ab. Somit gilt $10^{1,4} = 10 \cdot 2,51 = 25,1$.

Faszinierend ist auch $10^{0,03} = 10^{1-0,97} = 10 \cdot (10^{0,97})^{-1}$. Man stellt also 0,97 auf der L-Skala über den roten Strich der Rückseite, geht mit dem Läufer auf die 1 der C-Skala, schiebt die Einsen der C- und D-Skalen übereinander und liest auf der CI-Skala (!) die Ziffernfolge 1 - 0 - 7 für $0,107 = (10^{0,97})^{-1}$ ab. Dieser Wert verzehnfacht gibt das korrekte Ergebnis 1,07. Ein Hoch auf den Überschlag...

Möchte man übrigens den natürlichen Logarithmus berechnen, so beachte man, dass den Logarithmengesetzen entsprechend $\ln x = \frac{\lg x}{\lg e} \approx 2,3 \lg x$ gilt und damit auch $\ln x$ mit dem Rechenschieber erreicht wird.

6. Potenzen: Viele Rechenschieber gestatten eine Potenzrechnung durch Verwendung mehrerer Skalen (LL1 bis LL3), die hier nicht angegeben sind. Auf durchaus üblichen Rechenschiebern ohne derartige Möglichkeit bleibt nur die Rückführung auf die Multiplikation: $c = a^b = (10^{\lg a})^b = 10^{b \lg a}$. Wie gerade im fünften Abschnitt gezeigt muss man also den Logarithmus der Basis a finden und diesen Wert mit dem Exponenten b multiplizieren. Dieses Zwischenergebnis z ist der dekadische Logarithmus von c , es muss also noch $c = 10^z$ berechnet werden (ebenfalls wie im vorigen Abschnitt beschrieben).

7. Addition: Es gibt nichts, was es nicht gibt! Wegen $x \pm y = (x/y \pm 1) \cdot y$ kann man Additionen und Subtraktionen auf eigentlich aufwendigere Multiplikationen „zurückführen“ (vgl. de.wikipedia.org/wiki/Rechenschieber). Ob das jemals getan wurde?

Wenn Sie Hinweise oder Fragen zum Rechenschieber haben können Sie mir gern eine mail schreiben: ralph.pollandt@hs-karlsruhe.de.